

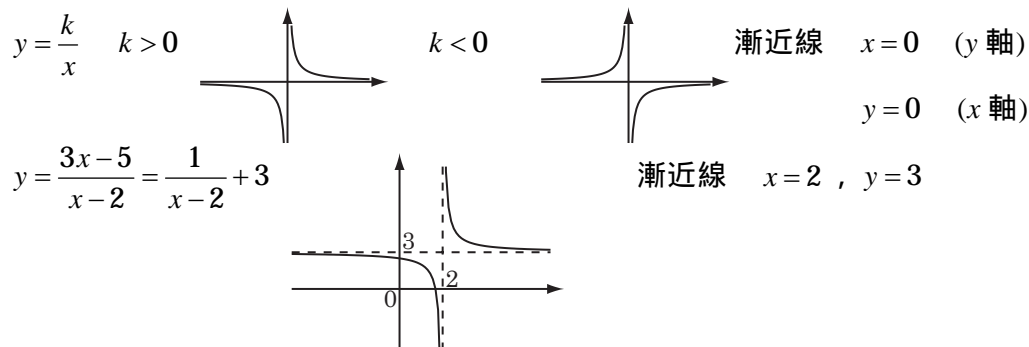
1

関数

§1 分数関数

分数関数とは、分数式で表される関数である。

グラフ



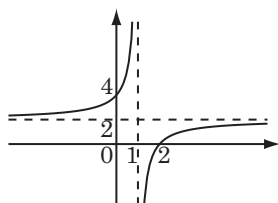
グラフをかく

図は、 $y = \frac{1}{x}$ を x 軸方向に 2、 y 軸方向に 3、平行移動したものであるが、分母 $\rightarrow 0$ としたときの $x=2$ 、分母 $\rightarrow \infty$ としたときの $y=3$ を漸近線として、あとはを利用し、ただ y 軸のどこを横切るかに注意して、グラフを書けばよい。

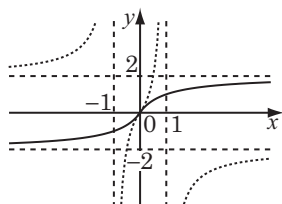
例題1 グラフを書け。

(1) $y = \frac{2x-4}{x-1}$ (2) $y = \frac{2x}{1+|x|}$

解答 (1) $y = \frac{2x-4}{x-1} = 2 - \frac{1}{x-1}$ 。したがって、グラフは下のようになる。



(2) $y = \frac{2x}{1+|x|} = \begin{cases} \frac{2x}{1+x} = 2 - \frac{2}{1+x} & (x \geq 0) \\ \frac{2x}{1-x} = -2 + \frac{2}{1-x} & (x < 0) \end{cases}$ となるのでグラフは下のようになる。



例題2 $\frac{3-2x}{x-2} > -x$ を解け。

考え方 グラフを使って解こう。

解答 $y = \frac{3-2x}{x-2} = -2 - \frac{1}{x-2}$ と $y = -x$ の交点は、

$$3-2x = -x(x-2)$$

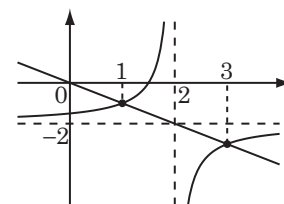
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$x = 1, 3$$

となる。

したがって、 $y = \frac{3-2x}{x-2} = -2 - \frac{1}{x-2}$ と $y = -x$ のグラフは



右のようになる。

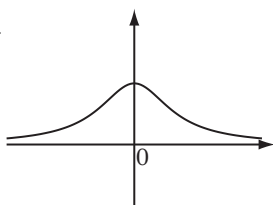
以上より、 $\frac{3-2x}{x-2} > -x$ の解は

$$1 < x < 2 \text{ または } x > 3.$$

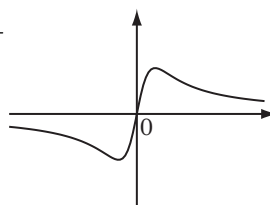
← (図から、 $y = \frac{3-2x}{x-2}$ のグラフが $y = -x$ のグラフより上にある x の範囲を求めた。)

微分積分でよく出てくる分数関数のグラフを2~3書いておく。「何となくこうだったかな」と思い出せると、やはり得。

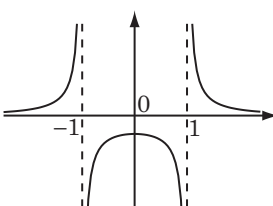
$$y = \frac{1}{x^2 + 1}$$



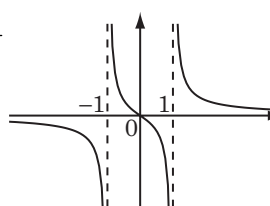
$$y = \frac{x}{x^2 + 1}$$



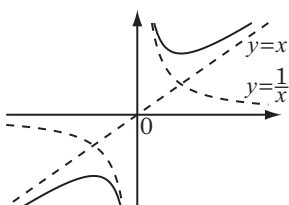
$$y = \frac{1}{x^2 - 1}$$



$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$



$$y = \frac{x^2 + 1}{x} = x + \frac{1}{x}$$



$$y = \frac{x^2 - 1}{x} = x - \frac{1}{x}$$

