



## §2 整式の計算方法

**1** 指数法則

ここで、指数法則を確認しておこう。(中学校では  $m, n$  が自然数、つまり正の整数のときしか扱わなかったが、今後 0, マイナス, 分数と拡張されるのでお楽しみに!)

指数法則

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

注  $a^2 \times a^3$  と  $(a^2)^3$  を確認しておこう。

$$a^2 \times a^3 = aa \times aaa = a^5$$

$$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2 = a^6$$

である。

**2** 整式の整理

やや複雑な多項式と同類項をまとめて、すっきりと整理しよう。

1つの文字について、降べきの順に並べかえてみよう。これは、因数分解のときに必要な作業になるので、ここでしっかりおさえておこう。

例  $x^2 - 2xy + 3y^2 - 5xy - y$  の同類項をまとめよ。

同類項は  $-2xy$  と  $-5xy$  であるから  $(-2-5)xy = -7xy$  とまとめられる。

$$\text{与式} = x^2 - 7xy + 3y^2 - y$$

例  $2x^2 - 3xy + y^2 + 7x - 4y + 5$  を  $[y]$  の降べきの順に整理せよ。

$$\text{与式} = y^2 + (-3x-4)y + 2x^2 + 7x + 5 = y^2 - (3x+4)y + 2x^2 + 7x + 5$$

## §3 整式の乗法

## 1 乗法公式

2 乗の乗法公式についてまとめておこう。高校生は、も公式として覚えておいた方が便利だ。

乗法公式

2 次の乗法公式

例

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$(a-2b)(a+3b)$$

$$= a^2 + (-2b+3b)a + (-2b) \cdot 3b$$

$$= a^2 + ab - 6b^2$$

高校の数学では3乗の公式は不可欠である。絶対に覚えること。は因数分解のときによく用いる。

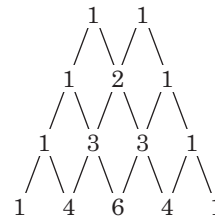
3 次の乗法公式

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$



パスカルの三角形を利用すると、各項の係数が1, 3, 3, 1とでる。

ちなみに $(a+b)^4$ は

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

となる。

例題1  $(2x-1)(4x^2+2x+1)$ を展開せよ。

解答 与式  $= (2x)^3 - 1$   
 $= 8x^3 - 1$

注 不幸にして3次の乗法公式になっていることに気がつかなかった人は、次のようにすることになる。

$$\begin{aligned} & (2x-1)(4x^2+2x+1) \\ &= 2x(4x^2+2x+1) - (4x^2+2x+1) \\ &= 8x^3 + 4x^2 + 2x \\ &\quad - 4x^2 - 2x - 1 \\ & \hline & 8x^3 \qquad -1 \end{aligned}$$

**2 やや複雑な展開**

やや複雑な展開は、根性があればできるが、それはもっと大事なところで使おう。ここでは頭を使って楽することを考える。

まずは置き換え。

**例題2**  $(x^2 - 3xy + 2y^2)(x^2 - 3xy - 2y^2)$  を展開する。

解答  $x^2 - 3xy = A$  とおくと、  
 与式  $= (A + 2y^2)(A - 2y^2)$   
 $= A^2 - (2y^2)^2 = A^2 - 4y^4$

A をもとに戻して、  
 与式  $= (x^2 - 3xy)^2 - 4y^4$   
 $= x^4 + 2 \cdot x^2 \cdot (-3xy) + (-3xy)^2 - 4y^4$   
 $= x^4 - 6x^3y + 9x^2y^2 - 4y^4$

**例題3**  $(2a - 3b - c)^2$  を展開する。

解答 与式  $= (2a - 3b - c)^2$   
 $= (2a)^2 + (-3b)^2 + (-c)^2 + 2 \cdot 2a \cdot (-3b) + 2 \cdot (-3b) \cdot (-c) + 2 \cdot (-c) \cdot 2a$   
 $= 4a^2 + 9b^2 + c^2 - 12ab + 6bc - 4ca$

**例題4**  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$  を展開する。

解答 与式  $= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6)$   
 $(x^2 + 5x) = A$  とおくと、  
 与式  $= (A + 4)(A + 6) = A^2 + 10A + 24$   
 A をもとに戻して  
 与式  $= (x^2 + 5x)^2 + 10(x^2 + 5x) + 24$   
 $= x^4 + 10x^3 + 25x^2 + 10x^2 + 50x + 24$   
 $= x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$

**例題5**  $(x^2 - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$  を展開せよ。

解答 与式  $= (x+1)(x-1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$   
 $= (x+1)(x^2 - x + 1)(x-1)(x^2 + x + 1)$   
 $= (x^3 + 1)(x^3 - 1)$   
 $= (x^3)^2 - 1$   
 $= x^6 - 1$